経済学研究年報（早大）第28号　1988年12月

開放体系での財政赤字の分析

吉　野　文　雄

最近，異時点間の経済分析，特に重複世代モデルは国際経済理論に頻繁に適用されるようになってきた。それは現代の世界経済のかかえている問題の多くが，ケインズ的な比較的短期的な分析手法や，伝統的な貿易理論が想定しているような長期的な均衡分析などではなく，時間を明示的に考慮しなくては解決できない性質をもっているためであろう。本稿では重複世代モデルに政府を導入し，政府債務の変化が各世代に及ぼす影響を考察する。

I　モデル

開放体系の重複世代モデルを用いた業績には，Gale [1971], [1974], Buiter [1981], Frenkel & Razin [1987] などがあるが，本稿では厚生分析を行うために，経済主体の効用が明示的に扱われた Persson [1985] に従う。パーソンのモデルは，Diamond [1965] を開放体系に改めたものである。

経済に存在するすべての個人が同質であると仮定し，個人は就業する若年期と退職後の老年期の2期を生きるものとする。t 期に誕生した個人は，

$$u=u(c_t,\ d_{t+1}) \tag{1}$$

という効用関数をもつ。ここで c は若年期の消費，d は老年期の消費である。この効用関数は，$u'(\cdot)>0$, $u''(\cdot)<0$ という性質をもつ。また，この個人の制約は，

$$c_t+\frac{1}{1+r_{t+1}}d_{t+1}=w_t-\tau_t \tag{2}$$

と表される。ここで，w_t は t 期の（すなわち若年期にのみ得られる）賃金率

であり，τ_t はこの個人が支払うべき租税である。したがって，(2)式の左辺は個人の生涯消費，右辺は可処分所得を意味する。

(1)，(2)式で示された効用最大化問題を解くことによって，消費関数，

$$c_t = c(w_t,\ \tau_t,\ r_{t+1}) \tag{3}$$

を得る。この消費関数は $c_w>0$, $c_\tau<0$, $c_r<0$ という性質をもつ。

ここで，人口成長率が外生的に n と与えられるものとし，集計的な民間資産 A を導入しよう。集計的な貯蓄を S とすると，

$$A_{t+1} = S_t \tag{4}$$

となる。(4)式は $t+1$ 期の期初における民間資産は t 期の貯蓄に等しいことを意味している。これを t 期に誕生した個人ひとりあたりになおすと，

$$\begin{aligned}(1+n)a_{t+1} &= S_t \\ &= w_t - \tau_t - c_t \end{aligned} \tag{5}$$

となる。

次に生産を考えよう。生産要素は，減耗しない資本と，労働の2つとしそれぞれのストックを K，L で表すと，

$$X_t = F(K_t,\ L_t) \tag{6}$$

と生産関数は表される。X は生産量である。この生産関数は，$F'(\cdot)>0$, $F''(\cdot)<0$, $\lambda X_t = F(\lambda K_t,\ \lambda L_t)$ $(\lambda \geqq 0)$ という新古典派の性質をもつ。これを個人ひとりあたりで示すと，

$$x_t = f(k_t) \tag{7}$$

と，ひとりあたり資本ストック k の関数となる。この経済が利潤最大化するものとすると生産要素価格について，

$$r_{t+1} = f_k(k_{t+1}) \tag{8}$$

$$w_t = f(k_t) - k_t f_k(k_t) \tag{9}$$

を得る。ここで，r は資本レンタルである。(8)，(9)式は要素価格フロンティアと呼ばれている。$t+1$ 期に支払われる利子率は，このモデルでは $t+1$ 期の資本・労働比率に依存している。

次に政府を導入しよう。政府の経済活動は単純化して租税収入Tと政府債務Gに対する利子支払いのみとする。[1] 政府の予算制約式は

$$G_{t+1}-G_t=r_tG_t-T_t \tag{10}$$

と表わされる。T_t は τ_tL_t であることを考慮して，(10)式を t 期に誕生した労働者ひとりあたりのタームで表わすと，

$$(1+n)g_{t+1}-g_t=r_tg_t-\tau_t \tag{11}$$

となる。(11)式から，ひとりあたり政府債務が不変に保たれるとき($g_t=g_{t+1}$)，$\tau_t=(r_t-n)g_t$ を得る。ここで，本稿を通じて $r>n$ という仮定をおこう。この仮定によって $g_t=g_{t+1}$ のときのひとりあたり一括課税額が正に保たれ，さらに均衡が動学的に不効率であることを排除できる。すなわち，$f_k=n$ として示される黄金時代均衡における値を k がこえないことを保証している。[2]

この項の最後に経済の厚生水準を考えるための間接効用関数を示そう。[3]

$$v=v(w_t,\ \tau_t,\ r_{t+1}) \tag{12}$$

II 閉鎖体系

Iのモデルをもとに閉鎖体系の経済を記述しよう。

$$w_t=f(k_t)-k_tf_k(k_t) \tag{13}$$

$$r_{t+1}=f_k(k_{t+1}) \tag{14}$$

$$(1+n)a_t=w_t-c(w_t,\ \tau_t,\ r_{t+1}) \tag{15}$$

$$\tau_t=(r_t-n)g_t \tag{16}$$

$$a_t=k_t+g_t \tag{17}$$

$$x_t=c_t+\frac{1}{1+n}d_{t-1} \tag{18}$$

(13)式から(18)式までの連立方程式体系はすべて労働者ひとりあたりの変数でまとめられている。(18)式は財貨市場の需給均衡式だが，家計，企業，政府がこの経済で斉合的にそれぞれの計画をたてるとすれば，ワルラス法則により体系から独立である。[4] したがって，われわれは(13)式から(17)式を考えればよい。n は外

生変数である。a_t, g_t, k_t が先決変数であるとすれば，(13)式から(16)式を考えればよいことになる。

次にこの閉鎖体系のもとで政府債務増大の影響をみるために，均斉状態を考えよう。すなわち，すべての変数が n の成長率で増加し，労働者ひとりあたりの変数が不変にとどまるものとする。このとき，$k_t=k_{t+1}=\hat{k}$, $\tau_t=\hat{\tau}$, $r_t=r_{t+1}=\hat{r}$, $w_t=\hat{w}$, $a_t=\hat{a}$ とすると，先の方程式体系は，

$$\hat{w}=f(\hat{k})-\hat{k}f_k(\hat{k}) \tag{19}$$

$$\hat{r}=f_k(\hat{k}) \tag{20}$$

$$(1+n)\hat{a}=\hat{w}-c(\hat{w},\ \hat{\tau},\ \hat{r}) \tag{21}$$

$$\hat{\tau}=(\hat{r}-\hat{n})g \tag{22}$$

と改められる。ここで，ダイアモンドによって示された均斉状態における均衡の安定性を確めておこう。すなわち，

$$\frac{dr_{t+1}}{dr_t}<1 \tag{23}$$

が，前述の要素価格フロンティアをもつ経済の漸近的安定性を表わしている。(19)式から(22)式より，

$$\frac{dr_{t+1}}{dr_t}=-(k+g)\frac{1-C_w}{C_r+(1+n)f_{kk}^{-1}} \tag{24}$$

が得られるので，安定条件は，

$$C_r+(k+g)(1-C_w)+(1+n)f_{kk}^{-1}<0 \tag{25}$$

となる。(5)

この安定条件が満たされる場合，政府債務の増加は，短期的な効果と長期的な効果とに分けて考えることができる。すなわち資本市場の均衡条件である(17)式より $d\tau_t=-(1+n)dg$ を得るから，

$$\frac{dr_{t+1}}{dg}=-\frac{C_u(1+n)}{C_r+(1+n)f_{kk}^{-1}}>0 \tag{26}$$

となる。これは政府債務の増加によって利子率が上昇することを意味してい

る。長期的には要素価格フロンティアにおける賃金の変化を考慮にいれれば，(19)式から(22)式および(24)式より，

$$\frac{dw}{dg}=n-\hat{r}<0 \tag{27}$$

を得るから，

$$\frac{dr}{dg}=-\frac{1+n+(1-C_w)(\hat{r}-n)}{C_r+(\hat{k}+\hat{g})(1-C_w)+(1+n)f_{kk}^{-1}}>0 \tag{28}$$

となる。

短期的にも長期的にも政府債務の増加は利子率を上昇させることがわかったが，特に長期的には，資本労働比率の下落と賃金率の下落が同時に生じる。また同時に(22)式からわかるように租税が増加している。これらのことから直観的に閉鎖体系における政府債務増加は(12)式に示された厚生水準を引き下げることがわかるが，(12)式と，(19)式から(22)式までを用いて，

$$\frac{dv}{dg}=(n-\hat{r})V_w\left(1+\frac{\hat{a}}{1+\hat{r}}\frac{d\hat{r}}{dg}\right)<0 \tag{29}$$

を得る。[6]

Ⅲ　開放体系

ここで２国からなる世界経済を考えよう。自国の変数は従来どおり記し，外国については＊をつけて表す。まず，資産に関する(17)式に外国からの借入れ，すなわち対外債務 e（ひとりあたり）を導入し，$e_t=k_t+g_t-a_t$ を得る。これは累積された経常収支赤字を意味する。[7] したがって，対外的な利子支払いが r_te_t と表される。

そこでⅡに従って改めて２国モデルを提示しよう。

$$w_t=f(k_t)-k_tf_k(k_t) \tag{30}$$

$$r_{t+1}=f_k(k_{t+1}) \tag{31}$$

$$(1+n)a_t=w_t-c(w_t,\ \tau_t,\ r_{t+1})-\tau_t \tag{32}$$

$$\tau_t=(r_t-n)g_t \tag{33}$$

$$a_t=k_t+g_t-e_t \tag{34}$$

$$w_t^*=f(k_t^*)-k_t^*f_k^*(k_t^*) \tag{30*}$$

$$r_{t+1}^*=f_k^*(k_{t+1}^*) \tag{31*}$$

$$(1+n^*)a_t^*=w_t^*-c(w_t^*,\ \tau_t^*,\ r_{t+1}^*)-\tau_t^* \tag{32*}$$

$$\tau_t^*=(r_t^*-n^*)g_t^* \tag{33*}$$

$$a_t^*=k_t^*+g_t^*-e_t^* \tag{34*}$$

さらに資本移動について3つのケースが考えられる。すなわち，全く資本移動のないケースではIIと同様にモデルは $e_t=e_t^*=0$ となる。資本移動が完全で利子裁定が働く大国のケースでは，

$$e_t=e_t^*=0 \tag{35}$$

が成立し，同時に

$$r_t=r_t^* \tag{36}$$

となる。[8] 3番めに，資本移動が完全な小国のケースが考えられる。資本移動が完全な小国の場合には，自国は世界経済において世界利子率 r^* を所与として受入れる小国と考えられるから，2国モデルを用いて考察するのは妥当ではない。したがって，(30)式から(34)式までと(36)式を用いることによってモデルを考える。

A） 小国のケース

上に述べたように，まず(30)式から(34)式までと(36)式を用いて均斉状態を考えてみよう。[9] このとき $e_t=e_{t+1}=\hat{e}$ となるから，自国の経常収支赤字は毎期 $n\hat{e}$ だけ発生する。そこで，まず政府債務の増加が経常収支 q に与える影響を短期と長期に分けてみてみよう。すなわち短期的には(34)式を用いて

$$\frac{dq_t}{dg}=C_w(1+n)>0 \tag{37}$$

を得るから，政府債務の増加は経常収支を赤字化させることがわかる。これは

閉鎖体系では利子率が上昇したのだが，対外借入れが可能な場合，所与の世界利子率のもとで資本流入が生じるからである。次に長期だが，この場合(29)式が示すように家計はその貯蓄 $w-c$ を変化させることができる。(32)式から(34)式までを用いて，

$$\frac{de}{dg}=1+\frac{1-C_w}{1+n}(r^*-n)>1 \tag{38}$$

を得る。われわれは $r^*>n$ を仮定しているために(38)式の不等号が成立する。[10]

さて，このような経済における政府債務の増加が厚生水準に与える影響をみてみよう。現在世代は対外借入れにより消費を増加させ効用水準を高めるであろう。しかし，それは将来世代にとって租税を増加させるため効用水準を低めることになる。すなわち，(12)式より，

$$\frac{dv}{dg}=(n-r^*)V_w<0 \tag{39}$$

となる。

B） 大国のケース

それでは，(30)～(34)式，(30)*～(34)*式，(35)，(36)式を考えて，政府債務の効果をみてみよう。

2国モデルの場合の均斉状態における均衡の動学的安定性は，閉鎖体系の場合と同様に，

$$\frac{dr_{t+1}}{dr_t}<1 \tag{40}$$

で示されるが，

$$\frac{dr_{t+1}}{dr_t}=\frac{(1-C_w)(k+g)+(1-C_w^*)(k^*+g^*)}{(1+n)(f_{kk}+f_{kk}^*)^{-1}+C_r+C_r^*} \tag{41}$$

より，

$$C_r+(k+g)(1-C_w)+(1+n)f_{kk}^{-1}$$

$$+C_r^*+(k^*+g^*)(1-C_w^*)+(1+n^*)f_{kk}^{*-1}<0 \tag{42}$$

と改められる。これは，両国において(23)式がともに満たされているならば必ず成立する。

まず短期的な政府債務の効果をみてみよう。$e_t+e_t^*=0$ は定義により成立する。また，世界的に市場が均衡することから，経常収支尻についても $q_t+q_t^*=0$ とおくと，均衡条件は

$$e_{t+1}+e_{t+1}^*=0 \tag{43}$$

と改めることができる。したがって政府債務が利子率に与える効果は，

$$\frac{dr_{t+1}}{dg}=-\frac{C_w(1+n)}{(1+n)(f_{kk}^{-1}+f_{kk}^{*-1})+C_r+C_r^*}>0 \tag{44}$$

また t 期の経常収支に与える効果は，

$$\frac{dq_t}{dg}=(1+n)C_w+\{(1+n)f_{kk}^{-1}+C_r\}\frac{dr_{t+1}}{dg} \tag{45}$$

となる。(44)式を(26)式と比較すると，開放体系2国モデルの場合，閉鎖体系よりも政府債務の変化が利子率に与える効果が小さいことがわかる。また，(45)式を(37)式と比較すると，2国モデルで資本移動が完全な場合の方が，世界利子率を所与として受入れる国の場合よりも政府債務の変化が経常収支に与える効果は小さいことがわかる。2国モデルのもとでの短期的な厚生の変化をみてみよう。短期的には政府債務の増加は自国の金利を引上げるため現在世代にとっては厚生水準を上昇させ，外国では逆に厚生水準の低下が生じる。

次に長期的な効果をみてみよう。長期的には，自国の政府債務増加により，両国とも賃金率が下落する。すなわち，

$$\frac{d\hat{w}}{dg}=n-\hat{r}<0 \tag{46}$$

$$\frac{d\hat{w}^*}{dg}$$

$$=\frac{(1+n)(f_{kk}^{-1}+f_{kk}^{*-1})+(C_r+C_r^*)+(1-C_w)(\hat{k}+\hat{g})+(1-C_w^*)(\hat{k}^*+\hat{g}^*)}{(\hat{k}^*+\hat{g}^*)\{1+n+(1-C_w)(\hat{r}-n)\}} \tag{47}$$

となる。このとき(47)式の外国の賃金率の変化は自国の利子率の変化を受けたものであることに注意すべきである。自国の政府債務増加は長期的に自国の利子率を上昇させるが，それは資本移動が不完全な場合よりも小さくなるであろう。経常収支の変化は，

$$\frac{d\hat{e}}{dg}=\frac{1}{1+n}\Big\{1+n+(1-C_w)(r-n)+(1+n)f_{kk}^{-1}+C_r$$

$$+(1-C_w)(k+g)\frac{dr}{dg}\Big\}>0 \tag{48}$$

となるから，(38)式でみた資本移動が不完全な場合より小さくなる。

最後に厚生の変化をみてみよう。

$$\frac{d\hat{v}}{dg}=(n-\hat{r})V_w-(\hat{k}+\hat{g})V_w\frac{dr}{dg}+V_r\frac{dr}{dg}<0 \tag{49}$$

(49)式は，資本移動が不完全な場合に比較してより厚生水準が下落することを示している。[11]

Ⅳ 結論

本稿では，閉鎖体系，資本移動が不完全な開放体系，資本移動が完全な開放体系の３つのケースについて政府債務の増加が経済の厚生水準に与える効果を短期と長期の２つの期間に分けて考察した。ここで短期とは政府債務の変化が t 期に生じたときのその期の世代の厚生水準への影響をさしており，長期とは当初経済が均斉状態にあるとして，政府債務の変化によって次の均斉状態へと移行するまでの期間をさしている。

まず閉鎖体系においては，政府債務の増加は当該期に誕生した個人の厚生水準を賃金率の上昇と利子率の下落という２つの要因から増加させる。しかし，$t+1$ 期に誕生する個人の厚生水準については，賃金率の下落と利子率の上昇とが生じるため不確定である。長期的には，(29)式から，厚生水準は必ず下落することがわかる。

次に資本移動が不完全なケースだが，外国利子率が r^* で与えられる場合，対外債務の増加はすべて経常収支赤字として吸収されるために政府債務増加の2期後には新たな均斉状態に到達する。したがって，t 期に誕生した個人は閉鎖体系の場合と同様に厚生水準は上昇するが，それ以後誕生する世代の厚生水準は t 期に生じた政府債務の増加により下落する。それは(39)式で示されているが，(39)式は，閉鎖体系の(29)式から利子率変化の効果を除いたものである。

最後に資本移動が完全な大国のケースだが，厚生水準は外国のパラメーターに依存している。まず短期的には両国の若年期にある個人は利子率上昇の恩恵を受け，自国に限っては租税の減少による効用水準の上昇がある。しかし，$t+1$ 期に誕生する個人は賃金率の下落の影響を受けるために効用水準の変化は不確定である。長期的には，(49)式および(49)′式が示すように厚生水準は閉鎖体系の場合よりも悪化することがわかる。

本稿では，厚生水準の変化に焦点をあてたため，資本移動の効果等の分析が不十分であることは否定できない。また，政府の経済活動に関して置いた仮定は非現実的であり政府消費，政府投資が考慮されるモデルが考えられるべきであろう。

注(1) 政府消費を導入したモデルには，Hamada [1986]，伊藤 [1988] があるが，その扱い方は多少異なっている。

(2) 要素価格フロンティアに関する動学的な効率性についての具体的な記述は，Diamond [1965] にある。

(3) 間接効用関数は，(1)の効用関数を(2)の制約のもとで最大化することによって，(3)を求め，同様に老年期についても，

$$d_{t+1}=d\ (w_t,\ \tau_t,\ r_{t+1}) \tag{3$'$}$$

を求め，(3)，(3)′を(1)に代入することによって得られる。間接効用関数は要素価格フロンティアおよび租税のみから効用水準を求められるために用いられている。

(4) 資本市場の均衡条件は(17)式で示されているが，t 期と $(t+1)$ 期の変化分をとると，

$$(1+n)a_{t+1}-a_t=(1+n)g_{t+1}-g_t+(1+n)k_{t+1}-k_t \tag{17$'$}$$

を得る。(17)式と(17)′式より，$t+1$ 期についても閉鎖体系においては，

$$a_{t+1}=g_{t+1}+k_{t+1} \tag{17$''$}$$

が成り立つ。

(5)　静学的なワルラスの安定条件は

$$\frac{1}{C_r+(1+n)f^{-1}}<0 \tag{25'}$$

と表わされる。これが満たされるとき，資本市場の超過需要（$g+k-a>0$）は利子率を上昇させる。

(6)　(12)式，(19)式から(22)式までを用いて，均斉状態において，

$$\frac{dv}{dg}=(n-\hat{r})V_w-(\hat{k}+\hat{g})V_w\frac{dr}{dg}+V_r\frac{dr}{dg}$$

を得る。一方ロワの恒等式より，(12)式について，

$$V_r=\frac{w-c-\tau}{1+r}V_w$$

を得る。これから，(29)式を得る。

(7)　したがって，t 期の経常収支赤字は，

$$g_t=(1+n)e_{t+1}-e_t$$

と表わされる。さらに，(17)，(17)′ 式を用いて，

$$g_t=(1+n)k_{t+1}-k_t+(1+n)g_{t+1}-g_t-\{(1+n)a_{t+1}-a_t\} \tag{29''}$$

が得られる。

(8)　伊藤［1988］では，人口の異なる2国がとりあげられているが，以後の議論には直接影響がないので，ここでは自国と外国の人口は等しいものと仮定する。

(9)　このような場合，利子率が所与であることから，資本・労働比率は国内の諸条件とは独立に与えられるであろう。したがって賃金率も世界利子率に依存することになる。

(10)　(49)式はさらに(34)式を用いて

$$\frac{dv}{dg}=(n-\hat{r})V_w+(n-\hat{r})\frac{\hat{a}}{1+\hat{r}}V_w\frac{dr}{dg}-V_we\frac{dr}{dg} \tag{49'}$$

と改めることができる。

(11)　(37)式に続けて，(29)′，(29)″式を用いて，

$$\frac{dq_{t+1}}{dg}=1+n+(1-C_w)(r^*-n)-C_w \tag{37'}$$

を得る。

参考文献

Barro, R. J. [1974], "Are Government Bonds Net Wealth?" *Journal of Political Economy*, vol. 82, pp. 1095–1117.

Buiter, W. H. [1981], "Time Preference and International Lending and Borrowing in an Overlapping-generations Model," *Journal of Political Economy*, vol. 89, pp. 769–797.

Diamond, P. A. [1965], " National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review,* vol. LV, pp. 1126–1150.

Dornbusch, R., [1985], " Intergenerational and International Trade," *Journal of International Economics,* vol. 18, pp. 123–139.

Frenkel, J. A. and A. Razin, [1987], *Fiscal Policies and the World Economy,* The MIT Press, Cambridge.

Fried, J. [1980], " The Intergenerational Distribution of the Gains from Technical Change and from International Trade," *Canadian Journal of Economics,* vol. 13, pp. 65–81.

Gale, D. [1971], " General Equilibrium with Imbalance of Trade," *Journal of International Economics,* vol. 1, pp. 159–188.

Hamada, K. [1986], " Strategic Aspects of International Fiscal Interdependence," *Economic Studies Quarterly,* vol. 37, no. 2, pp. 165–180.

伊藤隆敏 [1988],「財政赤字と国際資本移動の厚生経済分析」, 経済研究, vol. 39, no. 1, pp. 40–49.

Persson, T. [1985], " Deficits and Intergenerational Welfare in Open Economies," *Journal of International Economics,* vol. 19, pp. 7–84.

Samuelson, P. A. [1958], " An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money," *Journal of Political Economy,* vol. 66, pp. 467–482.

1988. 9. 30　提出

(博士後期課程第 3 年度生)